Esercizio 3 Foglio 1. Un cellulare con la batteria del tutto scarica deve rimanere in carica 2 ore per ricaricarsi completamente, se nel frattempo non è in uso. Se invece è utilizzato durante la ricarica, il 40% dell'energia introdotta viene subito consumata e solo la parte restante si accumula nella batteria. Sapendo che, per ricaricare la batteria da zero, sono servite 2 ore e mezza, stabilire per quanti minuti il cellulare è stato utilizzato durante la ricarica (si suppone, che si usi o meno il telefono, che l'energia immagazzinata in un intervallo di tempo sia proporzionale alla sua durata).

Soluzione. Il cellulare viene tenuto in carica per un periodo di tempo totale P=150' e in questo tempo acquisice una quantità di energia pari a E=1b (1 batteria). Il tempo P è suddiviso in due intervalli di tempo incogniti T (cellulare non in uso durante la carica) e t (cellulare in uso durante la carica).

In fisica, la quantità di energia erogata o assorbita per unità di tempo prende il nome di potenza. Sappiamo che la potenza erogata al cellulare durante un intervallo di tempo in cui non è in uso (come per esempio T) è pari a

$$W = \frac{1b}{2h} = 0.5 \ b/h$$

(qui misurata in batterie all'ora). Sappiamo anche che la potenza effettiva (cioè che non va dispersa ma va effettivamente a caricare il cellulare) erogata quando è in uso (per esempio durante l'intervallo t) è pari a

$$w = W - 40\% \cdot W = 60\% \cdot W = 0,3 \ b/h$$
.

Sia ora Q la quantità di energia (misurata in batterie) immagazzinata durante T, e q la quantità di energia immagazzinata durante t. Sia E l'energia totale immagazzinata durante P, quindi E=1b. Mettendo insieme le informazioni che abbiamo si ha

$$\begin{cases} T+t=P & \text{(tempo totale)} \\ Q+q=E & \text{(energia totale)} \\ \frac{Q}{T}=W & \text{(potenza effettiva erogata durante } T) \\ \frac{q}{t}=w & \text{(potenza effettiva erogata durante } t) \end{cases}$$

da cui (notare che P,E,W, e w sono quantità note) si ricava in particolare

$$T = \frac{E - w \cdot P}{W - w}$$
$$t = \frac{W \cdot P - E}{W - w}$$

e sostituendo i numeri (nelle appropriate unità di misura) nella seconda espressione si ottiene t = 75' (nota: trovare l'espressione per T comunque non era strettamente necessario ai fini del problema).

Un modo equivalente di risolvere il problema, una volta trovate W e w, è quello di notare subito che l'energia effettiva erogata durante T è $W \cdot T$ e quella erogata durante t è pari a $w \cdot t$. Quindi si può scrivere direttamente il sistema

$$\begin{cases} T+t=P & \text{(tempo totale)} \\ W\cdot T+w\cdot t=E & \text{(energia totale)} \end{cases}$$

nelle incognite T,t (mentre P,E,W, e w come prima sono quantità note) ottenendo lo stesso risultato di prima.